

**Subiectul I. Medii și triunghiuri**

- A. Arată că, dacă lungimile laturilor a , b și c ale unui triunghi verifică simultan relațiile $a^2 \leq 10a + b - c - 25$, $b^2 \leq 8b + c - a - 16$, $c^2 \leq 6c + a - b - 9$, atunci triunghiul este dreptunghic.
- B. La o întrunire, media vârstelor persoanelor din sală era egală cu numărul lor. Mai vine o persoană, în vârstă de 29 de ani, dar vârsta medie a persoanelor rămâne egală cu numărul lor. Câte persoane sunt acum în sală?
- C. Numerele pozitive a , b , c se află în relațiile $3a + c = 4b$ și $2b = \sqrt{3ac}$. Demonstrează că numerele a , b și c nu pot fi lungimile laturilor unui triunghi.

Subiectul II. La acvariu

Darius merge la acvariu, iar cei din conducerea acestuia au auzit că el este foarte talentat la matematică, așa că au nevoie de ajutorul lui. Acvariul este în formă de paralelipiped dreptunghic, cu lungimea de 40 metri, înălțimea de 25 metri și lățimea de 20 de metri. (Se consideră că acvariul nu are capac pentru a putea intra lumina).

- a) Conducerea acvariului dorește să construiască un ornament pentru pești, în formă de piramidă patrulateră regulată. Ei doresc să o centreze pe baza acvariului, lungimea bazei să fie de 20 de metri, iar înălțimea piramidei să fie de 15 metri, pentru a putea lăsa suficient spațiu de mișcare peștilor. Odată instalată piramida, cei de la acvariu se întreabă care va fi procentul de reducere a volumului total de apă folosit (se cunoaște $V_{\text{paralelipiped dreptunghic}} = L \cdot l \cdot h$ și $V_{\text{piramida}} = \frac{A_{\text{baza}} \cdot h}{3}$). Determină acest procent.
- b) Pentru a atrage mai mulți clienți, se decide placarea cu marmură a pereților laterali ai acvariului și a piramidei, fără baza acvariului (pentru a putea crește vegetația) și fără fața laterală a paralelipipedului din dreptul vizitatorilor (cea cu suprafața mai mare). Ținând cont că o placă de marmură cu suprafața de 1 m^2 costă 20 de lei și că trebuie să se cumpere cu 10% mai multă marmură, datorită pierderilor, calculează costul total al investiției. Aproximează rezultatul la un număr întreg (se cunoaște $\sqrt{13} \approx 3,6$).
- c) Cei de la acvariu par să întâmpine o problemă cu lumina care pătrunde în acesta, așa că își propun să calculeze cosinusul unghiului dintre latura corespunzătoare înălțimii paralelipipedului și latura formată prin unirea vârfului piramidei cu unul dintre vârfurile bazei acesteia. Determină și tu acest cosinus.

Subiectul III.**A. Răcoare**

Irina toarnă în termosul de 750 ml 400 ml de ceai preparat anterior și lăsat la răcorit, având temperatura de 40°C . Temperatura din încăpere este de 22°C . După câteva minute, constată că temperatura ceaiului din termos s-a stabilizat la 38°C . Vrând ca ceaiul să fie mai rece, pune câteva cuburi de gheață luate din congelator (-15°C) deasupra, închide termosul și agită bine. Constată că gheața s-a topit și temperatura conținutului a ajuns la 15°C . Savurând ceaiul răcoros, se apucă de calculat:

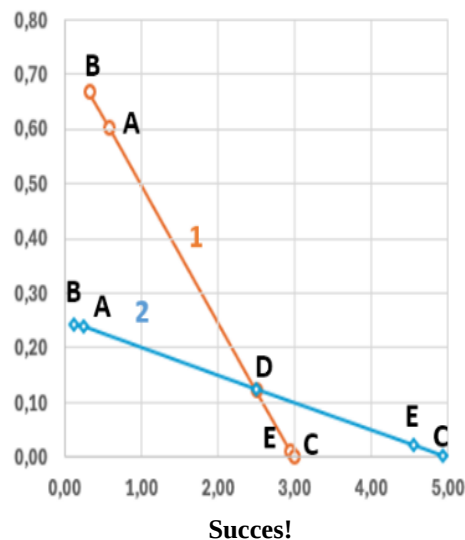
- valoarea capacității calorice a termosului;
- masa cuburilor de gheață folosite la răcire.

Ce valori a găsit? Se cunosc: densitatea ceaiului (a apei) este 1 g/cm^3 , căldura specifică a apei este $4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, căldura specifică a gheții este $2100 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, iar căldura latentă de topire a gheții este 336 kJ/kg . Se neglijează pierderile de căldură în exterior.

B. Viitorul electronist

Andrei recuperează piese dintr-un radio vechi. Găsește câțiva rezistori încă utilizabili, dar culorile fiind șterse, nu poate afla valorile lor. Le etichetează – A, B, C, D, E. Are la dispoziție un voltmetru și un ampermetru, suficient de precise, un banc de testări și două acumulatori recuperate cu alte ocazii. Conectează, pe rând, rezistorii la bornele primului acumulator, notează tensiunea la borne (V) și intensitatea curentului (A) pentru fiecare în parte și trasează graficul $I(U)$. La fel procedează și folosind al doilea acumulator. Suprapunând cele două grafice, observă valori comune la rezistorul etichetat cu D. Și mai află câte ceva din grafic...

- Care este rezistorul cu cea mai mică valoare a rezistenței? Dar cu cea mai mare?
- Ce valori au tensiunile electromotoare și rezistențele interne ale celor două acumulatori?
- Ce valoare a rezistenței are rezistorul D?
- Dacă ar conecta rezistorul D la bornele unei baterii noi de 9 V , cu rezistența internă neglijabilă, cât ar fi intensitatea curentului?



Fiecare subiect este notat cu 10 puncte, din care 1 din oficiu. Timp de lucru: 2 ore

Succes!